Идеен проект за дисертационен труд на тема:

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ТЕОРИЯТА НА НЕПОДВИЖНИТЕ ТОЧКИ КЪМ НЯКОИ КЛАСОВЕ НЕЛИНЕЙНИ ЗАДАЧИ С ДРОБЕН ДИФЕРЕНЧЕН ОПЕРАТОР

Професионално направление: 4.5 Математика

Докторска програма: Диференциални уравнения

Ръководител: доц. д-р Николай Димитров

Анотация:

В редица области като механика, икономика, медицина, екология и др. математическото моделиране играе все по-важна роля за вземането на адекватни решения. Математическите модели на непрекъснати процеси обикновено се описват с диференциални уравнения, а на дискретни процеси – с делта или набла диференчни уравнения. Задълбочените изследвания в последните години показват, че моделите с дробни производни дават по-добри и по-точни резултати спрямо тези с обикновени производни. Затова изследването на такива нелинейни задачи спомага при управлението на процесите, описвани чрез тези уравнения.

По същество диференчните уравнения представляват дискретния вариант на диференциалните и те имат голямо приложение при моделирането на процеси, в които стойността на дадени величини е известна само в определен краен брой моменти. Дискретните делта и набла уравнения намират приложение при моделиране на системи, чието състояние в даден момент зависи от всички предходни състояния. Най-общо целта при съставянето на математическия модел е да се определят важните за процеса параметри и законите, на които те се подчиняват. Математическият модел представлява апроксимация на реален процес, поради което е естествено да се очаква наличие на грешка с неизвестен характер.

Поради това основен интерес представлява изследването на качествените свойства на решенията. При изследването на такива задачи от фундаментално значение е най-напред да се установи съществуването на решения при зададени начални условия. Това може да бъде постигнато чрез прилагане на теорията на неподвижните точки, при която решението се интерпретира като неподвижна точка на подходящо дефиниран оператор в дадено функционално пространство. Също така е важно по възможност да се установят основни свойства на решенията като положителност, периодичност или хомоклиничност. Друга важна информация е устойчивостта на моделната задача, т.е. какво е поведението на решенията ѝ в сравнение с решенията на близка, модифицирана задача.

В дисертационния труд ще бъдат изследвани нелинейни делта или набла диференчни уравнения с дробни оператори. Докторантът ще работи върху намирането на условия за съществуване или несъществуване на решения на разглежданите задачи. За класовете задачи, за които това е приложимо, ще бъдат търсени и условия за съществуване на положително решение, на няколко решения или на устойчивост на полученото решение. Очаква се да бъдат получени нови теоретични резултати, разширяващи съществуващата теория на дробните делта и набла диференчни уравнения, които да се публикуват в специализирани издания с наукометрични показатели. В процеса

на работата докторантът ще придобие задълбочени познания и ще прилага съвременни методи по изследване на сложни нелинейни диференциални и диференчни задачи. Резултатите от разглежданите модели ще могат да бъдат използвани от специалисти в съответните приложни области за по-добро разбиране, анализ и управление на моделираните процеси.

Вид на докторантурата: редовна

Конспект

по Диференциални уравнения за кандидат – докторанти

към катедра Математика на Русенски университет „Ангел Кънчев“

1. Обикновени диференциални уравнения от I ред. Теореми за съществуване и единственост на задача на Коши.
2. Линейни диференциални уравнения.
3. Линейни системи диференциални уравнения.
4. Фазови портрети на линейни автономни системи.
5. Квазилинейни частни диференциални уравнения от I ред. Задача на Коши. Общо решение.
6. Канонизация на частни диференциални уравнения от II ред.
7. Вълнови уравнения. Задача на Коши. Формула на Даламбер. Нехомогенни вълнови уравнения.
8. Уравнение на дифузията. Принцип на максимума. Формула на Поасон.
9. Метод на Фурие за вълнови уравнения и уравнения на дифузията.
10. Линейни диференчни уравнения с постоянни коефициенти.
11. Системи диференчни уравнения. Устойчивост.
12. Самоспрегнати диференчни уравнения.
13. Функция на Грийн за гранични задачи. Представяне на решенията чрез функцията на Грийн. Приложение към нелинейни задачи.
14. Метрични, нормирани и Банахови пространства. Свиващи и напълно непрекъснати оператори.
15. Теорема на Банах. Приложение към задачата на Коши.
16. Теорема на Брауер за неподвижната точка.
17. Компактни оператори. Теорема на Шаудер за неподвижна точка на компактни оператори в банахови пространства.
18. Топологична степен на Лере-Шаудер.
19. Теорема на Гуо-Красноселски за неподвижните точки в конуси.
20. Теореми на Авери-Хендерсън и Легет-Уилиъмс за съществуване на няколко неподвижни точки в конуси.

Литература:

1. Т. Генчев. *Обикновени диференциални уравнения*. Издателство на Софийски университет, София, 1991г.
2. Т. Генчев. *Частни диференциални уравнения*. Наука и изкуство, София, 1995г.
3. M. Braun. *Differential equations and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1991.
4. W. Strauss. *Partial Differential Equations: An Introduction*, Wiley & Sons, 1992.
5. W. Kelly and A. Peterson. *Difference Equations: An Introduction with Applications*. Academic Press, 2001.
6. Agarwal, R. P. *Difference Equations and Inequalities: Theory, Methods, and Applications*. New York: Marcel Dekker, 1992.
7. D. Smart. *Fixed point theorems*. Cambridge University Press, 1974.
8. Zeidler, E. *Nonlinear Functional Analysis and its Applications. Vol. I: Fixed-Point Theorems*. Springer-Verlag, New York, 1986.